

# Computerondersteund onderwijs bij het basisvermenigvuldigen; een vergelijkend onderzoek

---

T.J. VRIJ, G. KANSELAAR

Vakgroep Onderwijskunde Rijksuniversiteit  
Utrecht

L. STREEFLAND

Vakgroep Onderzoek Wiskundeonderwijs &  
Onderwijs Computercentrum Rijksuniversiteit  
Utrecht

---

## Samenvatting

*Het is herhaaldelijk aangetoond dat kinderen bij het aanleren van de tafelpakketten ondanks de vele drill-oefeningen, hun eigen informele strategieën blijven gebruiken. In het Project Informatietechnologie en Onderwijs (PION) is een courseware pakket ontwikkeld, dat de leerlingen niet alleen ondersteunt bij het automatiseren van de tafelpakketten, maar hen ook stimuleert twee informele strategieën te gebruiken. Twee groepen leerlingen uit het Individueel Technisch Onderwijs zijn met elkaar vergeleken: één groep werkte met het PION-programma en een andere met een computerprogramma dat alleen op het drill-principe is gebaseerd. Beide groepen bleken vorderingen te maken. Tussen de groepen zijn echter geen verschillen gevonden die aan het PION-pakket toegeschreven konden worden. Betoogd wordt dat het PION-pakket beter tot zijn recht zou komen als ook andere veel gebruikte strategieën in het programma worden geïmplementeerd en als er rekening wordt gehouden met de relatie tussen de toe te passen strategie en de structuur van de vermenigvuldiging.*

## 1 Inleiding

De introductie van de computer in het onderwijs gaat gepaard met moeilijkheden van verschillende aard. Eén daarvan is dat de meeste courseware (computergestuurde leerpakketten) het niveau van simpele drill-and-practice

oefeningen niet te boven gaat. Teleurstelling over de mogelijkheden van computerprogramma's om het onderwijsleerproces te ondersteunen, heeft dan ook al snel de plaats ingenomen van het aanvankelijke optimisme. Zo heeft de Nederlandse Vereniging voor de Ontwikkeling van het Reken/Wiskunde Onderwijs (NVORWO) ruim 30 rekensoftwarepakketten vakinhoudelijk beoordeeld. Zij concluderen: 'Het zijn programma's die volkomen voorbijgaan aan de vakinhoudelijke en vakdidactische ontwikkelingen van zeg maar honderd jaar' (Kraemer & de Moor, 1985, 27).

Een groep studenten van de vakgroep Onderwijskunde van de Rijksuniversiteit te Utrecht hebben in het onderwijsproject 'Project Informatietechnologie en Onderwijs' (PION) geprobeerd een courseware-pakket te ontwikkelen dat aansluit bij zowel de onderwijspsychologische als de vakdidactische ontwikkelingen van de laatste jaren. Voor leerlingen uit de eerste jaren van het Individueel Technisch Onderwijs (ITO), van wie de rekenvaardigheid nog erg zwak kan zijn, is een programma ontwikkeld dat ondersteuning geeft bij het automatiseren van de tafelpakketten. Het pakket wordt sinds eind 1985 door Educaboek uitgegeven. De NVORWO heeft ook het PION-pakket beoordeeld. Zij merkt o.a. op: 'Typerend voor het PION-project is dat niet de voor de handliggende wijze van programmeren is gekozen, maar dat men getracht heeft de computer als intelligente vriend in het didactisch proces te betrekken. Dus geen standaardisering van de leerweg, maar een aanbidding van opdrachten waarmee de leerling zelfstandig en inzichtelijk iets kan verwerven.' (Kraemer & de Moor, 1985, 27).

Echter, niet alleen om vakinhoudelijke redenen is het PION-pakket bijzonder. Het pakket is namelijk parallel aan het SVO-project 'Voorwaarden voor courseware gebruik' (Kanselaar e.a. 1986) ontwikkeld. Dit project heeft een evaluatie-instrument, aan de hand waarvan algemene onderwijskundige en in-

structuropsychologische aspecten van courseware beoordeeld kunnen worden, opgeleverd. Een aantal van deze aspecten is in het PION-pakket ingebouwd en heeft de kwaliteit verhoogd.

In het onderzoek waar in dit artikel verslag van wordt gedaan, is in een quasi-experiment nagegaan of leerlingen die met het PION-programma oefenen, op een efficiëntere wijze met de tafelpakketten leren omgaan dan leerlingen die met een eenvoudig drill-and-practice computerprogramma oefenen. Alvorens op de onderzoeksopzet en resultaten in te gaan (par. 4), zullen eerst de leerpsychologische en vakdidactische achtergronden (par. 2) en de inhoud van het pakket zelf (par. 3) worden besproken.

## 2 Theoretische achtergronden

### 2.1 Drill and practice

Drill and practice is een vorm van leren waarbij de aan te leren stof door middel van simpele vraag- en antwoordopgaven telkens herhaald wordt, totdat het moment zich voordoet dat de antwoorden snel en zonder fouten gereproduceerd kunnen worden. Vaak kenmerken deze opgaven zich door een grote mate van uniformiteit. Zo zullen bij op deze wijze aangeboden rekenproblemen (b.v.  $3 \times 6 = ?$ ) alleen de getallen gevarieerd worden. Edward L. Thorndike (1922) was één van de eerste psychologen die geprobeerd heeft de betekenis van drill and practice voor het rekenonderwijs leerpsychologisch te verklaren. Volgens Thorndike moest de vakinhoud van het rekenonderwijs vertaald worden in psychologisch geformuleerde stimulus-response bindingen. Waren deze bindingen geselecteerd en geordend dan moesten de bindingen versterkt worden door middel van drill-oefeningen (Resnick & Ford, 1981). Thorndike's ideeën hadden een enorme invloed op het (reken)onderwijs. Hoewel Thorndike zelf benadrukte dat (na voldoende drill) ook aandacht besteed moest worden aan contextrijkere rekenproblemen, werden echter in de praktijk de rekenkundige bewerkingen aangeleerd door middel van lange en eindeloos herhaalde drill-reeksen. Ook probeerde men angstvallig te voorkomen dat kinderen zelf op ontdekkingsreis gingen in de wereld van het rekenen. Ze zouden dan wellicht allerlei fou-

ten maken, waardoor onjuiste en moeilijk 'uit te roeien' bindingen zouden ontstaan (Hunnicut & Iverson, 1958, 351).

Hoewel er heden ten dage in Nederland geen uitgesproken op Thorndike's theorie gebaseerde rekenmethoden in gebruik zijn, betekent dit niet dat de drill-and-practice filosofie niet meer in veel rekenmethoden is te herkennen. Integendeel zelfs. In een vierdeling van vakdidactische visies op het reken/wiskunde onderwijs, wordt de mechanistische stroming gekenmerkt door 'het benadrukken van het kale, formele, betekenisloze rekenen, waarbij het inslijpen van basisvaardigheden, procedures en regels centraal staat. Aan de toepasbaarheid van de geleerde operaties, algoritmen en regels wordt nauwelijks aandacht besteed' (De Jong, 1986, 34). Voor het aanleren van de tafelpakketten betekent een dergelijke aanpak dat al snel na de introductie van de vermenigvuldigingoperatie met memoriseeractiviteiten begonnen wordt. Aan de relaties tussen de producten en de toepasbaarheid van het geleerde wordt nauwelijks aandacht besteed. In 1985 was nog  $\pm 50\%$  van het marktaandeel van rekenmethoden voor de basisschool op een dergelijke mechanistische visie gebaseerd (De Jong, 1986, 275).

### 2.2 De 'meaning theorists'

Al had Thorndike misschien niet bedoeld een eenzijdige nadruk te leggen op drill and practice, hij distantieerde zich niet van de wijze waarop er in de praktijk met zijn aanwijzingen werd omgesprongen. Dit gebeurde wel door de zo genaamde 'meaning theorists'. Een vooraanstaand woordvoerder van hen was William A. Brownell (Resnick & Ford 1981, 17). Hij was één van de eersten die de effecten van drill and practice op de basisbewerkingen niet uitsluitend onderzocht door de goed/fout scores en de tijd te registreren, maar ook middels individuele interviews probeerde hij vast te leggen hoe de denkprocessen door veel drill-oefeningen veranderen. Een in die tijd van bloeiend behaviourisme hoogst ongebruikelijke vraagstelling en onderzoeksmethode.

Brownell heeft o.a. een onderzoek verricht bij kinderen van verschillende leeftijd naar de wijze waarop zij de tafelpakketten oplossen (Brownell & Carper, 1943/58). De kinderen bleken, ook de oudere uit de hogere klassen van de basisschool (die dus al jaren drill-oefeningen met de tafels achter de rug hebben),

verschillende methoden te gebruiken om de produkten op te lossen. Daarbij waren hele inefficiënte als gokken en herhaald optellen, maar ook strategieën waarbij handig gebruik werd gemaakt van produkten die de leerling wel goed kende. De onderzoekers concluderen dat kinderen bij twijfel over het antwoord, hun eigen (soms inefficiënte) methoden veelal blijven gebruiken. Het gevolg van de vele drill-oefeningen hierbij is voornamelijk dat die eigen methoden sneller toegepast gaan worden. De drill-oefeningen hebben dus niet tot gevolg dat alle antwoorden geautomatiseerd worden of dat inefficiënte oplossingsmethoden ingevuld worden voor efficiëntere methoden. Door de zelf bedachte strategieën van leerlingen een belangrijke plaats in het leerproces te laten innemen, kunnen volgens de onderzoekers betere resultaten behaald worden. Pas als de kinderen inzicht verworven hebben in de vermenigvuldigingsoperatie, zou met drill begonnen moeten worden.

De conclusies in vergelijkbare onderzoeken naar het optellen (Brownell & Chazal, 1934) en het aftrekken (Brownell & Moser, 1949) liggen in dezelfde lijn: de instructiewijzen moeten aangepast worden aan de manier waarop kinderen leren. Het is een standpunt dat nu haast vanzelfsprekend is, maar in die tijd nog zeer discutabel was.

### 2.3 *Recente ontwikkelingen*

#### a. *Informele strategieën*

Ook in studies uit de laatste jaren, is aangetoond dat kinderen op tal van rekengebieden, ondanks het soms jarenlange onderwijs in formele methoden, informele strategieën blijven gebruiken. Een bekend voorbeeld is het werk van Ginsburg (1977). In 'Children's arithmetic: the learning proces' geeft hij, na talrijke voorbeelden van informeel strategie-gebruik besproken te hebben, enkele aanbevelingen, die erop neerkomen dat het rekenonderwijs pas zinvol wordt als de kloof tussen de informele kennis van de leerling en de formele kennis van de wiskunde overbrugd wordt: 'Everything we have learned in this book shows the kind of sense arithmetic can make to a child is not the kind of sense it can make to the mathematician. Children do not always do arithmetic by means of the standard algorithms taught at school. They often use invented strategies based on counting. Such methods should be encouraged, not suppressed.' (Ginsburg, 1977, 178).

Zonder volledig te zijn noemen we verder staartdelingen (Rengerink, 1983), breuken en verhoudingen (Streefland, 1986), formule-opgaven (De Corte & Verschaffel, 1980), stip-sommen (Sandberg, 1986) en basisvermenigvuldigen (Ter Heege, 1985; Jerman, 1971), als rekengebieden waarin volgens recent onderzoek ook van het gebruik van informele strategieën sprake is.

Het laatst genoemde onderzoek van Jerman, is overigens voor ons van speciaal belang. Jerman maakte uit regressie-analyses van de oplossingstijden op, dat de tijd waarin  $3 \times 6$  bijvoorbeeld werd opgelost, het beste door de strategie  $6 + 6 + 6$  werd voorspeld. Bij  $6 \times 3$  was dit juist  $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$ . Er bleek m.a.w. dat de structuur van een tafelprodukt waar de leerling het antwoord niet op weet, een belangrijke invloed heeft op welke strategie toegepast wordt.

#### b. *De realistische visie*

Het is juist in de realistische visie op het reken/wiskunde onderwijs dat een groot belang wordt gehecht aan het aansluiten van het onderwijs op de informele strategieën van de kinderen en het geleidelijk omvormen van deze strategieën tot een formele aanpak. Realistische methoden 'vragen een actieve inbreng van de kinderen en de probleemstellingen zijn gelieerd aan de realiteit. Er dient ruimte te zijn voor overleg, samenwerking, discussie en nabespreking.' (De Jong, 1986, 35). Realistische methoden verschijnen sinds het midden van de jaren zeventig op de markt. In 1985 was in ongeveer 50% van de rekenmethoden een realistische visie te herkennen (De Jong, 1986).

#### c. *Effectiviteit*

Realistische rekenmethoden zijn van recente datum, zodat nog weinig onderzoek naar de effectiviteit ervan beschikbaar is. In studies van Thornton (1978) en Cook en Dosey (1982) heeft de vraag centraal gestaan in hoeverre het stimuleren van het gebruik van informele denkstrategieën bij het aanleren van de tafelprodukten, tot betere leerresultaten leidt in vergelijking met methoden die eenzijdig de nadruk leggen op drill and practice. In beide onderzoeken werden significante verschillen ten gunste van de experimentele groep gevonden (de resultaten van met name Thorntons onderzoek zijn echter niet onomstreden; zie: Ciferalli & Weatly, 1979a, 1979b; Rathmell, 1979). Voor velen zijn de argumenten echter overtuigend genoeg om te pleiten voor een

didactiek waarin bij het aanleren van de tafelproducten de kinderen gestimuleerd worden hun informele denkstrategieën toe te passen. In een later stadium zouden drill-oefeningen pas geïntroduceerd moeten worden. In Nederland is Ter Heege (1985) hier een voorbeeld van. In de Engelstalige literatuur Rathmell (1978).

#### d. *Cognitieve psychologie*

Naast ontwikkelingen in de vakdidactiek hebben zich de laatste twintig jaar ook ontwikkelingen in de cognitieve psychologie voorgedaan die verwantschap vertonen met opvattingen in de realistische stroming in de vakdidactiek. Over de wijze waarop tafelproducten in het geheugen worden opgeslagen en opgeroepen, zijn binnen de cognitieve psychologie echter ook nog grote meningsverschillen. Zie hiervoor de felle discussie tussen Ashcraft en Baroody (Ashcraft, 1983, 1985; Baroody, 1983, 1984).

### 3 *Het PION coursewarepakket*

In het PION-pakket is gepoogd informele strategieën van kinderen bij het onderwijsleerproces te betrekken. Twee informele rekenstrategieën zijn in het programma geïmplementeerd: de zogenaamde omkeer- en plus-één-strategie. De omkeerstrategie berust op de commutatieve eigenschap: Als je het antwoord op  $7 \times 8$  niet direct weet, maar op  $8 \times 7$  wel, kan je de kennis van  $8 \times 7 = 56$  (het zo genaamde steunpunt) gebruiken om het antwoord op  $7 \times 8$  te geven. Dit is veel efficiënter dan de hele tafel van acht op te zeggen. Bij de plus-één-strategie wordt een keersom een positie lager in de tafereeks als steunpunt gebruikt: is  $5 \times 8$  bijvoorbeeld een steunpunt dan kan  $6 \times 8$  snel berekend worden door 8 bij 40 op te tellen. De verwachting was dat als de leerlingen deze strategieën leren gebruiken dit het inzicht in de structuur van de tafels en de relaties tussen de tafelproducten zou verhogen. Na het werken met het programma zouden de volgende doelstellingen bereikt moeten zijn:

- de tafelproducten uit de tafels van 1 t/m 10 hebben geautomatiseerd;
- als dit bij bepaalde opgaven niet lukt, met behulp van de omkeer- of plus één-strategie het gevraagde produkt alsnog kunnen berekenen.

Er is voor het bereiken van deze doelstellingen om vier redenen juist voor een gecomputeriseerde instructie gekozen: er kan aangesloten worden bij de voorkennis van de individuele leerling, de resultaten van het leerproces kunnen nauwkeurig door de computer geregistreerd worden, bij het geven van feedback kan rekening gehouden worden met de vorderingen die iedere individuele leerling maakt en met een goed courseware-pakket kan de leerling geheel zelfstandig werken, waardoor het pakket (mits een computer in het klaslokaal aanwezig is) zonder veel organisatorische problemen een remediële functie kan krijgen. Bij een schriftelijke- en/of mondelijke instructie zijn al deze mogelijkheden veel beperkter.

Het pakket bestaat uit een handleiding voor leraar en leerling, een schriftelijke les voor de leerling en twee cassettebandjes voor de software. Dit laatste bestaat uit de onderdelen: introductie, voortoets, hoofdprogramma en een aantal utilities voor de leerkracht, waarmee de leerlinggegevens uitgelezen en uitgeprint kunnen worden en enkele variabelen ingesteld kunnen worden voor het beginniveau. Het programma is met enkele foto's van schermen kort besproken in *Computers op School* no. 6, juni 1985, p. 7-11.

Voordat de leerlingen met het programma gaan werken, worden in een schriftelijke les de in het programma gehanteerde termen 'omkeersom' en 'buursom' uitgelegd (de steunpunten die horen bij de omkeersom- en plus één-strategie). Vervolgens starten de leerlingen met de introductie. Hierin wordt geoefend met voor de bediening van het programma noodzakelijke toetsen. In het voortoetsonderdeel van het programma moet de leerling, alvorens 35 producten gemaakt worden, een spelletje doen. De computer stelt hiermee de individuele reactiesnelheid vast om de automatiseringstijd te bepalen. Om het hoofdprogramma te kunnen laten bepalen welke opgaven aangeboden moeten worden, maakt de leerling na het spelletje de eigenlijke voortoets van 35 vermenigvuldigingen (de belangrijke functie hiervan komt straks uitgebreider aan de orde). Hierna kan met het hoofdprogramma, het eigenlijke oefengedeelte, begonnen worden.

In het hoofdprogramma wordt een vermenigvuldiging op het scherm geprojecteerd. De leerling wordt aangespoord het antwoord snel

te geven aangezien een 'pacman' naar de som toekruipt en de som dreigt 'op te eten'. Als de leerling voordat dit gebeurt het goede antwoord geeft, krijgt hij een nieuwe opgave. Geeft hij een fout of geen antwoord dan wordt hulp gegeven. Deze hulp bestaat in de meeste gevallen uit twee onderdelen. Eerst wordt, afhankelijk van de door de computer of door de leerling zelf gekozen strategie, het bij de probleemsom passende steunpunt gezocht. Daarna wordt met behulp van dit steunpunt en de gekozen strategie, de probleemsom in stappen opgelost. De hulp wordt op verschillende niveaus, afhankelijk van de vorderingen van de leerling, gegeven: in een visueel model, verbaal of in (rekenkundige) symbolen.

Twee procedures – de 'tutor' en 'speurneus' – zijn verantwoordelijk voor de sturing van het hoofdprogramma. Deze procedures passen de leerweg aan aan de prestaties van de individuele leerling. De tutor zorgt ervoor dat, afhankelijk van de vorderingen, de juiste hulpniveaus aangeboden worden. Overigens heeft de leerling zelf ook de vrijheid om een bepaald hulpniveau te kiezen (leerlingsturing), maar als hij wil wordt die keuze aan de computer overgelaten (programmasturing).

De speurneus-procedure draagt er zorg voor dat de juiste opgaven worden aangeboden. Kort gezegd komt de werking op het volgende neer. Bij opgaven die in de voortoets fout zijn beantwoord (b.v.  $4 \times 5$ ) zoekt de procedure binnen deze 'pool' van 35 opgaven naar een steunpunt, waarmee aan de hand van de omkeer-of plus één-strategie de leerling het goede antwoord alsnog kan berekenen. Dit steunpunt is een opgave waar de leerling tijdens de voortoets goed en snel op had geantwoord (in dit geval  $5 \times 4$  en/of  $3 \times 5$ ). Zo vindt de procedure op basis van de voortoets en het verloop van het hoofdprogramma een aantal combinaties van probleemsom met steunpunt, waarmee het de leerling laat oefenen. Zijn alle probleemsommen waarmee een combinatie gevormd kon worden aan bod geweest, dan treedt de speurneus-procedure weer in werking om de verzameling aan te bieden producten te veranderen, c.q. uit te breiden. Er kunnen zich tijdens het oefenen namelijk veranderingen hebben voorgedaan. Een bepaald produkt dat eerst fout werd gemaakt is nu misschien goed en binnen de automatiseringstijd beantwoord. Dit produkt kan dan aan een probleemsom gekoppeld

worden waar eerst nog geen steunpunt voor was gevonden. Dit proces gaat door totdat alle 35 opgaven geautomatiseerd zijn of totdat er geen combinaties van steunpunt met probleemsom meer gemaakt kunnen worden. In dit geval wordt de leerling een tussentoets van 15 nieuwe vermenigvuldigingen aangeboden, waarna de speurneusprocedure weer in werking treedt, etc. Als de leerling alle produkten twee maal goed en binnen de automatiseringstijd heeft opgelost, is hij klaar met het programma.

Verschillende technische en gebruikaspecten van courseware zijn in het PION-programma ingebouwd: een programma-onderdeel waarin de wijze van functioneren van het toetsenbord wordt toegelicht, de vrijheid die de leerling heeft om op bepaalde momenten zelf hulp in te roepen, het opslaan van individuele gegevens zodat een leerling bij een volgende sessie verder kan gaan bij waar hij het laatst gebleven was en de uitdraai van gegevens die de docent met behulp van de utilities kan verkrijgen. Andere aspecten zijn b.v. dat het programma beschermd is tegen ongewenste handelingen van de leerling, zoals het invoeren van letters als er cijfers worden gevraagd en het gebruik van 'windows' om de verschillende keuzemogelijkheden aan te geven en om het korte duur geheugen van de leerling niet te sterk te belasten. Ook vermeldenswaard is de automatische correctie door de computer als een leerling het goede antwoord omgekeerd intikt. Als b.v. bij  $9 \times 6 = ?$  45 ingetoetst wordt in plaats van 54, herkent de computer deze fout, vraagt de leerling deze te herstellen en rekent een correct hersteld antwoord alsnog goed.

Het pakket is ontwikkeld voor de microcomputer die tijdens de ontwikkeling van het pakket op veel scholen gebruikt werd en waar nauwelijks goede software beschikbaar voor was: de Philips P2000. Helaas is deze machine in feite ongeschikt voor een dergelijk omvangrijk programma en inmiddels al sterk verouderd.

Naar onderwijspsychologische aspecten samenvattend is de kern van het PION-programma: het maakt gebruik van de individuele voorkennis van de leerling; grote variatie in feedback op grond van de voorafgaande prestaties; het stimuleren van strategiegebruik waarbij de leerling zelf de strategiekeuze kan sturen bij probleemsommen, terwijl automati-

sering van de tafels het nagestreefde eindresultaat is.

#### 4 PION geëvalueerd

##### 4.1 Vraagstelling en onderzoeksopzet

Een enorme hoeveelheid onderzoek is de afgelopen 25 jaar, vooral in de V.S., verricht naar de voordelen van Computer Ondersteund Onderwijs. Vaak zijn de conclusies positief van toon. COO zou het onderwijs effectiever, efficiënter en aantrekkelijker maken (zie voor een overzicht b.v.: Kulik, Kulik & Cohen, 1980; Burns & Bozeman, 1981; Moonen, 1985). Opgemerkt moet worden dat de gevonden effecten in het vergelijkend media-onderzoek nogal eens het gevolg zijn van methodologische zwakheden. Zo kunnen door het nieuwe karakter van een modern medium de betrokken proefpersonen zo enthousiast raken, dat zij zich (ongemerkt) extra inspannen om goede resultaten te behalen. Bij de controlegroep die de leerstof met de conventionele methode aangeleerd krijgt, treedt dit bijeffect niet op (zie Clark, 1983, voor een discussie over dit type onderzoek).

In dit onderzoek is het PION-pakket dan ook niet vergeleken met een controlegroep die de tafelprodukten klassikaal aangeleerd krijgt. Juist door de PION-groep te vergelijken met een groep leerlingen die met een computerprogramma oefent dat op het drill-and-practice principe is gebaseerd, kan de 'meerwaarde' van het PION-programma vastgesteld worden. Het belangrijkste verschil tussen de twee groepen raakt dan de kern van het PION-programma: bij de experimentele groep wordt aangesloten bij de voorkennis en worden suggesties gegeven voor een mogelijke oplossingsstrategie, terwijl bij de controlegroep de oefening uitsluitend uit herhaling van foutgemaakte produkten bestaat.

Deze gedachtengang heeft tot de volgende vraagstelling geleid: Hebben leerlingen uit het Individueel Technisch Onderwijs die een achterstand hebben op het gebied van de tafelprodukten, meer profijt van het oefenen met het PION-programma (de experimentele groep) in vergelijking met ITO-leerlingen die met een eenvoudig drill-and-practice programma oefenen (de controlegroep)?

Het gebruikte drill programma is een aangepaste versie van het PION-pakket. Hiertoe

zijn de procedures 'tutor' en 'speurneus' buiten werking gesteld. Dit wil zeggen dat er geen gebruik van de voorkennis van de leerling bij de aanbieder van nieuwe opgaven is, er geen strategiekeuze gesuggereerd wordt bij een problemsom en de feedback alleen uit 'goed', 'fout' of het juiste antwoord bestaat.

##### 4.2 Operationalisatie

Het begrip 'meer profijt hebben van' is op verschillende manieren geoperationaliseerd. Ten eerste is bij alle leerlingen op drie tijdstippen een toets van 40 produkten afgenomen (2 weken voordat met de programma's begonnen werd, een week nadat een leerling met het programma klaar was, en 4 weken na de tweede toets). Drie variabelen werden met de toets gemeten:

- er wordt goed en binnen de automatiseringstijd geantwoord (verder aangeduid met 'goed en geautomatiseerd');
- er wordt goed, maar niet binnen de automatiseringstijd geantwoord ('goed en niet geautomatiseerd');
- er wordt een fout of geen antwoord gegeven ('fout beantwoord').

Ook werd 'het totaal aantal produkten' waarmee de leerling heeft geoefend en de 'totale tijd' die hij nodig heeft om het programma te beëindigen, door de computer geregistreerd tijdens de leerfase.

Uit eventuele te vinden kwantitatieve verschillen tussen de twee groepen in deze vijf variabelen, kan niet direct afgeleid worden welke strategieën de leerlingen gebruiken voor het vinden van de antwoorden. Om deze reden is de onderzoeksopzet versterkt door deze aan te vullen met een kwalitatief onderdeel. In drie individuele interviews (telkens 1 week na de toets) is iedere leerling gevraagd de oplossing te geven voor 25 (hoofdzakelijk moeilijker) produkten. Als de leerling het antwoord niet direct kon geven dan werd hem gevraagd uit te leggen hoe het antwoord berekend was. De (goede en foute) antwoorden zijn, aan de hand van de met de band opgenomen, gesprekken geanalyseerd en in één van de volgende elf categorieën ingedeeld:

1) *Weet het gelijk*: De leerling geeft zonder berekening het goede antwoord. Het antwoord is geautomatiseerd. 2) *Herhaald optellen*: De leerling zegt de hele tafel op om het antwoord te verkrijgen.

Strategieën waarbij gebruik wordt gemaakt



van de commutatieve- of distributieve eigenschap: 3) *Omkeren* (om b.v.  $4 \times 5$  uit te rekenen wordt  $5 \times 4$  als steunpunt gebruikt), 4) *Plus één* (het produkt één positie lager wordt als steunpunt gebruikt (omdat  $3 \times 5 = 15$ , is  $4 \times 5 = 15 + 5 = 20$ ), 5) *Herhaald plus één* ( $7 \times 5 = ?$ , maar  $5 \times 5 = 25$ , dus  $7 \times 5 = 25 + 5 + 5 = 35$ ), 6) *Min één* (1 positie hoger in de tafel wordt als steunpunt gebruikt ( $10 \times 4 = 40$ , dus  $9 \times 4 = 40 - 4 = 36$ ), 7) *Herhaald min één* ( $10 \times 4 = 40$ , dus  $8 \times 4 = 40 - 8 = 32$ ).

Ook zijn strategieën onderscheiden waarbij gebruik werd gemaakt van 8) *Verdubbelen* ( $4 \times 8 = 16 + 16 = 32$ , of  $8 \times 9 = (18 + 18) + (18 + 18) = 36 + 36 = 72$ ) en 9) *Halveren* ( $4 \times 8 =$  de helft van  $8 \times 8$ , dus  $64 / 2 = 32$ ).

De laatste twee categorieën zijn: 10) *Gegokt* en 11) *Overige*.

### 4.3 De leerlingen

In totaal deden 20 leerlingen afkomstig uit drie eerste klassen van een ITO-afdeling van een scholengemeenschap te Zeist mee aan het onderzoek. Deze leerlingen waren uitgekozen omdat zij volgens de leerkrachten nog veel moeite met de tafelprodukten hadden. De meesten waren dan ook afkomstig uit het speciaal onderwijs. De leeftijd varieerde van 12 tot 14 jaar, met een uitschieter van 16 jaar. Alle leerlingen hadden al eerder met computers kennis gemaakt. Tijdens de duur van het onderzoek heeft het reguliere rekenonderwijs gewoon doorgang gevonden. Hierin is geen speciale aandacht besteed aan de tafelprodukten.

In verband met het kleine aantal leerlingen, heeft de verdeling over experimentele- en controlegroep plaatsgevonden door koppelingwijze matching op basis van de in de voortoets gemeten variabele 'goed en niet geautomatiseerd'. Juist deze variabele was als matchingsvariabele gekozen omdat met name bij dit type antwoord het voor dit onderzoek interessante strategie-gebruik plaatsvindt. De koppels zijn vervolgens door middel van randomisering over de twee groepen verdeeld. De geringe omvang van de twee groepen maakt het generaliseren van de uitkomsten van het onderzoek naar andere categorieën leerlingen nauwelijks mogelijk.

## 5 Resultaten

Het onderzoek heeft plaatsgevonden op de school zelf en heeft 18 weken in beslag genomen. De planning was de leerlingen eenmaal per week een lesuur met het programma te laten werken. Door ziekte van leraren/leerlingen en roosterwijzigingen, waren we gedwongen hier regelmatig van af te wijken.

Tabel 1 De drie met de computer gemeten variabelen in gemiddelde percentages

(1: voortoets, 2: natoets, 3: retentietoets)

	1	2	3
	Goed en geautomatiseerd		
PION	23.0	36.5	33.3
DRILL	26.5	41.8	37.5
	Goed en niet geautomatiseerd		
PION	40.5	42.5	45.5
DRILL	37.5	35.0	43.8
	Fout beantwoord		
PION	36.5	21.0	21.3
DRILL	36.0	23.3	18.6

In Tabel 1 zijn de gemiddelde percentages voor de drie met de computer gemeten variabelen, weergegeven. Met behulp van de Mann-Whitney-u-toets en de Wilcoxon-rangtekentoets zijn de verschillen binnen en tussen de groepen op hun significantie-niveaus getoetst. Voor het toetsen van de significantieniveaus binnen de groepen zijn per groep de verschillen tussen voor- en natoets en tussen voor- en retentietoets berekend. Uit de toetsing bleek dat beide groepen bij de natoets in vergelijking met de voortoets significant beter scoorden op de variabele 'goed en geautomatiseerd' (PION:  $p = .011$ ; DRILL:  $p = .018$ ). De DRILL-groep had voor deze variabele bij de retentietoets ook een significant betere score ( $p = .011$ ). De PION-groep scoorde verder, voor zowel de natoets ( $p = .033$ ) als de retentietoets ( $p = .021$ ), significant beter op de variabele 'fout beantwoord', m.a.w. maakte minder fouten. De DRILL-groep had voor deze variabele alleen bij de retentietoets een significant betere score ( $p = .010$ ). Belangrijker voor onze vraagstelling is echter de vergelijking tussen de twee groepen. Bij geen van de

variabelen, zowel wat betreft de na- als de retentietoets, zijn de verschillen significant. Geconcludeerd moet dus worden dat beide groepen, als gevolg van de oefening, beter de tafelprodukten zijn gaan oplossen, maar dat de gevonden verschillen tussen de twee groepen op toeval berusten.

Twee andere door de computer geregistreeerde variabelen waren de totale tijd en het totaal

aantal produkten dat een leerling nodig heeft om het programma te beëindigen. Gemiddeld heeft een leerling uit de PION-groep met 60 sommen geoefend en had daar 165.6 minuten voor nodig. Een leerling uit de DRILL-groep heeft daarentegen in gemiddeld 125.1 minuten met 405.2 sommen geoefend. Uit deze gegevens blijkt dat de leerlingen uit de PION-groep gemiddeld zo'n 40 minuten meer tijd

Tabel 2 Percentages van de antwoorden uit de interviews die in een bepaalde categorie werden gescoord op drie meetmomenten (1: voortoets, 2: natoets, 3: retentietoets)

PION	1			2			3		
	Goed	Fout	Totaal	Goed	Fout	Totaal	Goed	Fout	Totaal
Weet het gelijk	42.9	2.0	44.9	52.7	5.0	57.7	53.2	3.6	56.8
Herhaald optellen	9.4	14.2	23.6	6.9	4.2	11.1	9.6	4.4	14.0
Omkeren	0.4	–	0.4	1.1	–	1.1	2.4	–	2.4
Plus één	7.5	0.4	7.9	6.9	1.5	8.4	5.2	–	5.2
Herhaald plus één	2.8	1.2	4.0	2.3	0.8	3.1	2.4	–	2.4
Min één	4.7	1.6	6.3	3.8	0.8	4.6	5.6	0.4	6.0
Herhaald min één	0.8	0.8	1.6	2.7	–	2.7	0.8	0.8	1.6
Verdubbelen	6.7	0.8	7.5	5.3	0.8	6.1	5.6	2.0	7.6
Halveren	0.4	–	0.4	0.4	–	0.4	–	–	–
Gegokt		0.4	0.4	0.4	1.9	2.3	0.4	2.8	3.2
Overige	1.6	1.6	3.2	1.5	1.1	2.6	0.4	0.4	0.8
Totaal	77.2	22.8	100.0	84.0	16.0	100.0	85.6	14.4	100.0

DRILL	1			2			3		
	Goed	Fout	Totaal	Goed	Fout	Totaal	Goed	Fout	Totaal
Weet het gelijk	54.5	1.2	55.7	68.0	5.5	73.3	72.0	3.2	75.2
Herhaald optellen	4.7	5.5	10.2	3.2	1.6	4.8	2.0	1.6	3.6
Omkeren	2.0	0.4	2.4	–	–	–	0.4	–	0.4
Plus één	7.1	0.8	7.9	3.6	1.2	4.8	4.4	0.4	4.4
Herhaald plus één	2.4	1.6	4.0	3.6	2.4	6.0	4.8	1.6	6.4
Min één	4.3	0.8	5.1	2.0	0.8	2.8	2.8	0.4	3.2
Herhaald min één	1.6	0.4	2.0	0.8	1.2	2.0	1.6	0.8	2.4
Verdubbelen	1.6	0.4	2.0	0.8	–	0.8	0.8	–	0.8
Halveren	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Gegokt	0.4	2.0	2.4	–	1.2	1.2	0.4	2.0	2.4
Overige	2.8	5.5	8.3	3.2	1.2	4.2	–	0.8	0.8
Totaal	81.4	18.6	100.0	85.8	15.0	100.0	89.2	10.8	100.0



nodig hebben voordat alle produkten snel en goed zijn opgelost en het programma beëindigd is. Op zich is dit niet verwonderlijk, in het PION-programma zijn meer wachttijden en als een leerling fouten maakt, wordt uitgebreid hulp gegeven. Wel opmerkelijk is dat de leerlingen uit de PION-groep met veel minder produkten hebben geoefend om ze geautomatiseerd te krijgen. Een simpele rekensom leert dat de leerlingen uit de controlegroep per minuut met twee keer zoveel produkten hebben geoefend (3.2 vs. 1.6) voordat alle produkten door de computer als geautomatiseerd werden aangemerkt. Verschillende oorzaken zijn hiervoor aan te wijzen. We komen er later op terug.

In Tabel 2 zijn de resultaten uit de geanalyseerde interviews weergegeven. Uit de Tabel is op te maken dat beide groepen na de oefenfase minder herhaald optellen. Als we de verhouding goed/fout erbij betrekken dan wordt duidelijk dat deze afname vooral te danken is aan een vermindering van het aantal foute antwoorden dat met herhaald optellen werd verkregen. Bij de PION-groep is zelfs van een daling van 14,2% naar resp. 4,2% en 4,4% sprake. Dit is een goede ontwikkeling. Herhaald optellen is een tijdrovende strategie waarbij gemakkelijk fouten kunnen optreden. Echter, het totale percentage produkten dat met herhaald optellen wordt berekend is bij de PION-groep nog aan de hoge kant (resp. 11.1% en 14.0%). Waarom zouden de PION-leerlingen, als zij door middel van het oefenen met de omkeer- en plus-één-strategie inzicht in de structuur van de tafels hebben verkregen, nog zo vaak gebruik maken van het inefficiënte herhaald optellen?

Er heeft in ieder geval geen verschuiving plaatsgevonden van het herhaald optellen naar de strategieën waarmee juist de PION-groep heeft geoefend. De omkeerstrategie heeft bij de PION-groep nauwelijks een rol van betekenis gespeeld en het totale percentage van de plus-één-strategie is bij de PION-groep uiteindelijk zelfs onder het niveau van voor de oefenfase (resp. 7.9%, 8.4%, 5.2%). Er is alleen sprake van een verschuiving naar een hoger percentage geautomatiseerde produkten, hoewel hierbij opgemerkt moet worden dat de stijging bij de PION-groep minder groot is (van 44.9% naar 56.8%) dan bij de DRILL-groep (van 55.7% naar 75.2%).

Een eigenaardigheid bij de PION-groep is

de verdubbelcategorie. Deze categorie is in vergelijking met de DRILL-groep hoog en blijft ook hoog. Bij de PION-groep is dit in het interview vooraf 7,5% en achteraf 7,6%, bij de DRILL-groep is dit resp. 2,0% en 0,8%. De PION-leerlingen vinden dit blijkbaar een prettige strategie om te gebruiken en blijven er aan vast houden.

Bij de interpretatie van al deze percentages moet overigens wel de nodige voorzichtigheid betracht worden in verband met de grote variatie aan strategieën die opgetreden zijn in relatie tot het geringe aantal proefpersonen dat aan het experiment heeft mee gedaan. Het is daarom nuttig om ook een vergelijking te maken tussen de twee groepen van het totale percentage van strategieën waarbij gebruik wordt gemaakt van de distributieve- of commutatieve eigenschap (omkeren, (herhaald)-plus-één, (herhaald)-min-één, verdubbelen, halveren). Misschien beperkt de invloed van het PION-programma zich niet tot alleen de omkeer- en plus-één-strategie, maar vindt er ook transfer plaats naar de andere strategieën.

Tabel 3 *De percentages van het totaal aantal 'goed' van de subcategorieën omkeer-, (herhaald)-min-één, verdubbel- en halveer-strategie*

	PION	DRILL
interview vooraf	23,3	19,0
interview direct na	22,5	10,8
interview achteraf	22,0	14,8

Uit Tabel 3 lijkt zich een effect in het voordeel van de PION-groep af te tekenen. De percentages blijven immers bij de PION-groep, bij een stijging van de categorie 'Weet het gelijk', rond de 22% schommelen, terwijl bij de controlegroep een vrij sterke daling optreedt. Bij deze interpretatie moet echter een kanttekening gemaakt worden. De DRILL-groep heeft ook meer produkten geautomatiseerd (uiteindelijk zelfs 72%). Er blijven voor deze leerlingen dus minder opgaven over waar een strategie überhaupt op toegepast kan worden. Dit zogenaamde plafond-effect speelt een veel kleinere rol bij de PION-groep (bij het derde interview is slechts 53.2% van de produkten geautomatiseerd).

In Tabel 1 kwam een opvallend verschil tussen de twee groepen in het leerproces naar voren: terwijl de PION-leerlingen veel meer tijd nodig hadden in vergelijking met de DRILL-groep om het programma te beëindigen, werd in de langere tijd met minder opgaven geoefend om ze geautomatiseerd te krijgen. De resultaten uit de toetsen en interviews laten niet toe, te concluderen dat de extra tijd door de PION-leerlingen gebruikt werd om kwalitatief gezien op een efficiëntere manier met de tafelproducten om te leren gaan. Tussen de groepen zijn geen verschillen in leerresultaat te ontdekken die aan de werking van het PION-programma zijn toe te schrijven. Verklaringen in de verschillen tussen de ratio 'tijd/aantal opgaven' kunnen onvoldoende gebaseerd worden op onze inzichten in het gebruik van informele strategieën zoals dat in paragraaf 2 is geschetst. Zij moeten elders gezocht worden.

Tussen de beide condities is een verschil in de grootte van de reeks opgaven waarmee geoefend wordt. Dit verschil kan gedeeltelijk verantwoordelijk zijn voor de verschillen tussen de ratio 'tijd/aantal opgaven'. Zo worden de opgaven bij het PION-programma aangeboden in relatief kleine groepen van probleemsoorten. Hierdoor krijgt een leerling, in vergelijking met leerlingen die met het drill-programma werken, een beperkt aantal opgaven om mee te oefenen. Zijn de opgaven uit een groep grotendeels geautomatiseerd, dan komt een volgende groep aan de beurt. Komt met andere woorden een produkt voor de tweede of derde keer op het scherm, dan zijn er in de tussentijd minder andere produkten aan bod gekomen bij de PION-groep in vergelijking met de DRILL-groep. Hierdoor wordt het geheugen van de PION-leerlingen waarschijnlijk minder belast.

De vraagstelling voor dit onderzoek was of ITO-leerlingen, met een achterstand op het gebied van de tafelproducten, meer profijt zouden hebben van het oefenen met het PION-programma in vergelijking met een drill-and-practice programma. Op grond van de resultaten uit de toetsen en uit de interviews kan deze vraag niet bevestigend beantwoord worden.

In 2.2 is o.a. gesteld dat bij kinderen de tendens bestaat om eenmaal (zelf) aangeleerde

oplossingsmethoden te blijven hanteren. Eén van de oorzaken van de geringe verschillen die tussen de twee groepen zijn gevonden zou hier mee te maken kunnen hebben. Een kleine aanwijzing is de verdubbelcategorie bij de PION-groep. In vergelijking met de andere categorieën blijft deze categorie relatief veel toegepast worden. Het lijkt er ook hier op dat als leerlingen een voorkeur hebben voor deze strategie zij zich niet, door het oefenen met twee andere strategieën, van deze voorkeur af laten brengen. De ideeën in het PION-programma zijn wel een stap in de goede richting, maar nog onvoldoende uitgewerkt. Er kan pas bij de denkwijzen van de individuele leerling aangesloten worden, als ook daadwerkelijk met die strategieën geoefend kan worden, die de leerling uit zichzelf al gebruikt. Het alleen kunnen oefenen met de omkeer- en plus-één strategie is dus niet genoeg. In het PION-programma is gekozen voor het aanbieden van slechts twee strategieën. De argumenten hiervoor waren: het aanbieden van veel strategieën aan deze ITO-leerlingen zou een te grote variatie in feedback zijn; het geheugen van de computer was te beperkt en andere technische oplossingen zouden het programma te traag maken. Door J. Klep van de SLO is een soortgelijk programma ontwikkeld waarin op een IBM-machine wel meer strategieën aangeboden worden (zie voor een korte beschrijving van 'De wereld rond tafels': Didaktief, nr. 6, 1987).

In 2.3 is het onderzoek van Jerman genoemd. De toegepaste strategie wordt, naast de individuele voorkeur, ook bepaald door de structuur van de opgave. In het PION-programma wordt hier geen rekening mee gehouden. Het gevolg is dat een leerling b.v. een plus-één-strategie aangeraden wordt te gebruiken bij  $9 \times 6 = ?$  Hoewel de leerling in dit geval  $8 \times 6$  heeft geautomatiseerd is een min-één strategie veel beter op zijn plaats ( $60 - 6 = ?$  is immers makkelijker uit te rekenen dan  $48 + 6 = ?$ ). Het programma zou zijn didactische waarde verhogen als ook dit soort 'principes' ingebouwd worden. Onderzoek naar de effecten van zo'n programma, maar dan met een grotere steekproef, zou wenselijk zijn.

Het voorbeeld van het PION-programma geeft echter ook aan hoe ingewikkeld een courseware pakket voor een relatief eenvoudige rekentaak als het basisvermenigvuldigen kan worden, wil het zover geïndividualiseerd

zijn dat de suggesties die de computer aan de leerling geeft, ook betekenis voor de leerling hebben. Is het al die inspanning wel waard, is de vraag die zich dan onmiddellijk opdringt. Voordat hier een ontkennd antwoord op gegeven wordt, moet men zich realiseren dat de ontwikkelingen rondom courseware nog in de kinderschoenen staan. Bovendien kan juist de kennis die opgedaan wordt rondom de ervaringen bij de implementatie in computersystemen van relatief eenvoudige leergebieden, gebruikt worden bij het ontwikkelen van courseware-pakketten die meer complexere leergebieden als onderwerp hebben.

### Literatuur

- Ashcraft, M. H., Procedural knowledge versus fact retrieval in mental arithmetic: A reply to Baroody. *Developmental Review*, 1983, 3, 231-235.
- Ashcraft, M. H., Is it farfetched that some of us remember our arithmetic facts? *Journal for Research in Mathematics Education*, 1985, 16, 99-105.
- Baroody, A. J., The development of procedural knowledge: An alternative explanation for chrometric trends of mental arithmetic. *Developmental Review*, 1983, 3, 225-230.
- Baroody, A. J., A re-examination of mental arithmetic models and data: A reply to Ashcraft. *Developmental Review*, 1984, 4, 148-156.
- Brownell, W. A. & C. B. Chazal, The effects of premature drill in third-grade arithmetic. *Journal of Educational Research*, 1935, 29, 17-28.
- Brownell, W. A. & D. V. Carper, Learning the multiplication combinations. In: C. W. Hunnicut & W. J. Iverson (Ed.), *Research in the three R's*. New York: Harper & Brothers, 1958 (eerder verschenen in 1943).
- Brownell, W. A. & H. E. Moser, *Meaningful vs. mechanical learning: A study in grade III subtraction*, Durham, N.C.: Duke University Press, 1949.
- Burns, P. & W. Bozeman, Computer-assisted instruction and mathematics achievement: is there a relationship? *Educational Technology*, 1981, 21, 32-39.
- Cifarelli, V. V. & G. H. Wheatley, Critique of the Thornton study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1979a, 10, 368-370.
- Cifarelli, V. V. & G. H. Wheatley, Formal thinking strategies: a prerequisite for learning basic facts? *Journal for Research in Mathematics Education*, 1979b, 10, 368-369.
- Clark, R. E., Reconsidering research on learning from media. *Review of Educational Research*, 1983, 4, 445-459.
- Cook, C. C. & J. A. Dosey, Basic fact thinking strategies for multiplication – revisited. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1982, 13, 163-171.
- Corte, E. De & L. Verschaffel, Kwalitatief-psychologische analyse van het oplossen van aanvankelijke rekenopgaven bij 6 à 8-jarige basisschoolleerlingen. *Pedagogische Studiën*, 1980, 57, 383-396.
- Ginsburg, H., *Children's Arithmetic: the learning proces*. New York: Van Nostrand Company, 1977.
- Heege, H. ter, *Tafels leren*. Enschede: SLO, 1985 (bundeling van eerder in Willem Bartjens, Voulblad en Panama-cursusboeken verschenen artikelen).
- Hunnicut, C. W. & W. J. Iverson (Ed.), *Research in the three R's*. New York: Harper & Brothers, 1958.
- Jerman, M., Some strategies for solving simple multiplication combinations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1971, march, 95-128.
- Jong, R. de, *Wiskobas in methoden*. Utrecht: Vakgroep Onderzoek Wiskunde-onderwijs en Onderwijscomputercentrum, 1986.
- Kanselaar, G., P. Vossen, R. van de Perel, F. Havekes, F. Stevens, *Courseware nader bekeken: Eindverslag van het SVO-project 1086: 'Voorwaarden voor coursewaregebruik'*. Den Haag: SVO, Selectareeks, 1986.
- Kraemer, J. M. & E. de Moor, Vakdidactische beoordeling van rekensoftware, aflevering 4. *Panama Post*, 1986, 4, 25-32.
- Kulik, J., C. Kulik & P. Cohen, Effectiveness of computerbased college teaching: a meta-analysis of findings. In: *Review of Educational Research*, 1980, 4, 525-544.
- Moonen, J., Resultaten bij computer-ondersteunend onderwijs: een overzicht. In: J. Heene & T. Plomp (red.), *Onderwijs en Informatietechnologie (verslag van een SVO/COD-symposium)*. 's Gravenhage: SVO, 1985.
- Rathmell, E. C., A reply to 'Formal thinking strategies: A prerequisite for learning the basic facts?'. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1979, 5, 374-377.
- Rengerink, J., *De staartdeling: een geïntegreerde aanpak volgens het principe van de progressieve schematisering*. Utrecht: OW & OC, 1983.
- Resnick, L. B. & W. W. Ford, *The psychology of mathematics for instruction*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 1981.
- Sandberg, J., Het gebruik van een micro-computer in het basisonderwijs: een voorbeeld binnen het aanvankelijke rekenen. In: J. S. ten Brinke, H. P. Hooyamers en G. Kanselaar, *Bundel van de ORD '86*. Lisse: Swets & Zeitlinger, 1986.
- Streefland, L., Rational Analysis of Realistic Mathematics Education as a Theoretical Source for Psychology. Fractions as a paradigm. *European*

*Journal of the Psychology of Education*, 1986, 1, 67-83.

Thorndike, E.L., *The Psychology of Arithmetic*. New York: The Macmillan Company, 1922.

Thornton, C.A., Emphasising thinking strategies in basic fact instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1979, 9, 214-227.

### *Curricula vitae*

Tj. Vrij studeerde van 1979 tot 1986 psychologie en onderwijskunde aan de Rijksuniversiteit te Utrecht. Is lid geweest van het studentenproject PION waarin het PION-programma ontwikkeld is. Het onderzoek waar in dit artikel verslag van wordt gedaan,

was het onderwerp van zijn doctoraalscriptie, dat begeleid werd door G. Kanselaar en L. Streefland. Werkt nu als cursusontwikkelaar en docent bij de afdeling automatisering van het Nederlands Instituut voor Bedrijfsgerichte Opleidingen (NIBO).

G. Kanselaar, zie: *Pedagogische Studiën*, 1987, 64, pag. 353

L. Streefland, zie: *Pedagogische Studiën*, 1987, 64, pag. 260

Adres: Vakgroep Onderwijskunde Rijksuniversiteit Utrecht, Postbus 80.140, 3508 TC Utrecht

*Manuscript aanvaard 10-7-'87*

### **Summary**

Vrij, Tj., G. Kanselaar & L. Streefland. 'Computer assisted instruction and basic multiplication; a comparative study.' *Pedagogische Studiën*, 1987, 64, 437-448

There is a growing body of evidence that children who learn multiplication tables through means of drill-and-practice continue to make use of their own informal thinking strategies. In a project called 'Project Informatietechnologie en Onderwijs' (PION) an educational computerprogram was developed. This PION computerprogram supports pupils not only with the memorization of multiplication facts, but also stimulates them to use two informal thinking strategies. Comparisons were made between two groups of children from remedial classes in lower vocational education: Ten pupils worked with the PION-program and ten pupils with a computerprogram based exclusively on the drill-principle. Tests and interviews showed that even though both groups made significant progress, no differences were found between the groups that could be accredited to the PION-program. Better results could be achieved with the PION-program if other thinking strategies used by children were also implemented in the program and if the relationship between the chosen thinking strategies and the structure of the multiplication was taken into account.